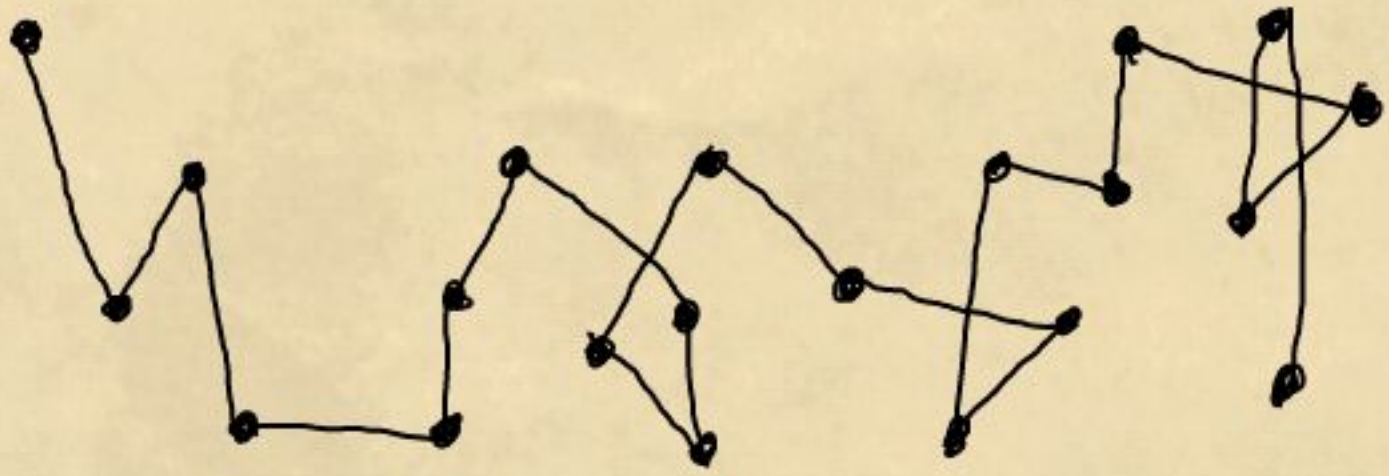
แบบจำลองของแก๊ส (Gas Model)

การเคลื่อนที่แบบบราวน์ (Brownian Motion)
คือการเคลื่อนที่อย่างไร้ระเบียบมีการเปลี่ยนทิศการเคลื่อนที่อย่างไร้ระเบียบ



แบบจำลองของแก๊ส (Gas Model)

เกิดเนื่องจากโมเลกุลของแก๊ส มีพฤติกรรมการเคลื่อนแบบบราวน์ โดยการสร้างแบบจำลองของแก๊สมีสมมติฐานดังนี้

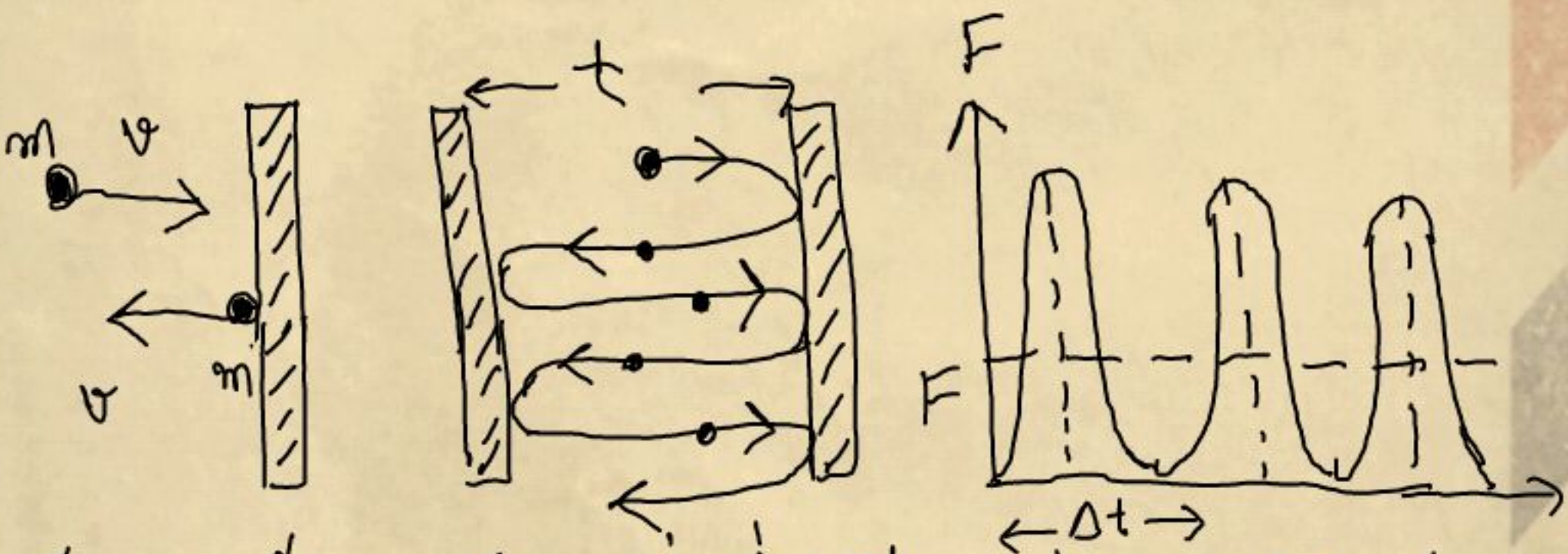
1) แก๊สประกอบไปด้วยอนุภาคเล็กๆ จำนวนมาก และมีแรงยึดเหนี่ยวระหว่างโมเลกุลน้อย

2) โมเลกุลของแก๊สแต่ละโมเลกุลมีการเคลื่อนที่อย่างไร้ระเบียบ (การเคลื่อนที่แบบบราวน์)

3) การชนของโมเลกุลแก๊สแต่ละครั้ง จะเป็นการชนแบบยืดหยุ่น (ไม่มีการสูญเสียพลังงาน)

ทฤษฎีจลน์ของแก๊ส (Kinetic Theory of Gas)

เป็นเรื่องที่เกี่ยวกับโมเลกุลของแก๊สชนผนังภาชนะ



โมเลกุลของแก๊สชนผนังภาชนะ

โมเลกุลเคลื่อนที่กลับไป

แรงที่โมเลกุลกระทำกับผนังภาชนะเปลี่ยนค่าตามเวลา

สมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความดัน, ปริมาตรของแก๊ส, จำนวนโมเลกุลและอัตราเร็วของโมเลกุลเป็นดังนี้

$$PV = \frac{1}{3} N m \bar{v}^2$$

เมื่อ $\bar{v}^2$ แทนค่าเฉลี่ยของกำลังสองของอัตราเร็วโมเลกุล

$$\bar{v}^2 = \frac{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \cdots + v_n^2}{N}$$

$$\bar{v}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} v_i^2$$

ซึ่งหมายถึงพลังงานจลน์เฉลี่ยของโมเลกุล

$$PV = \frac{1}{3} N m \bar{v}^2$$

$$= \frac{2}{3} N \left(\frac{1}{2} m \bar{v}^2 \right)$$

$$\frac{3}{2}PV = \frac{2}{3}N\bar{E}_k$$

จากสูตร $PV = \frac{2}{3}N\bar{E}_k$ นำไปเปรียบ

เทียบกับสมการ $PV = nRT$ และ $PV = Nk_BT$

จะได้สมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิ

กับพลังงานจลน์เฉลี่ยของโมเลกุลดังนี้

ถ้าแก๊ส 1 โมเลกุล $\bar{E}_k = \frac{3}{2}RT$

$$\bar{E}_k = \frac{3}{2}k_BT$$

ถ้าแก๊ส N โมเลกุลแล้ว $N\bar{E}_k = \frac{3}{2}nRT$

$$E_k = \frac{3}{2}Nk_BT$$

สรุป

$$N\bar{E}_k = PV = \frac{3}{2}nRT = \frac{3}{2}Nk_BT$$

อัตราเร็วในโมเลกุลแก๊ส

เนื่องจากโมเลกุลของแก๊สแต่ละโมเลกุลมีอัตราเร็วแตกต่างกัน การหาค่าเฉลี่ยของอัตราเร็ว จะใช้หลักการทางสถิติเข้ามาช่วย โดยที่จะเรียกอัตราเร็วเฉลี่ยที่ได้จากหลักการทางสถิติว่า " อัตราเร็วรากที่สองกำลังสองเฉลี่ย " ถูกเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ " v_{rms} "

อัตราเร็วรากที่สองกำลังสองเฉลี่ย คือ อัตราเร็วเฉลี่ยที่หาจากหลักการสถิติ แตกต่างจากการหาค่าเฉลี่ยทั่วๆไป สามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ดังนี้

1) สามารถกำหนดให้อัตราเร็วหาโมเลกุล

$$v_{rms} = \sqrt{\bar{v}^2}$$

$$= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} v_i^2}{N}}$$

หรือ $$v_{rms} = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \cdots - v_N^2}{N}}$$

เมื่อ v_{rms} แทนอัตราเร็วรากที่สองกำลังสองเฉลี่ย

v_i แทนอัตราเร็วหลายโมเลกุล

2) ถ้าโจทย์กำหนด k_B มาให้แล้ว

จะได้ $$v_{rms} = \sqrt{\frac{3k_BT}{m}}$$

v_{rms} แทนอัตราเร็วรากที่สองกำลังสองเฉลี่ย

m แทนมวลของแก๊ส 1 โมเลกุล

3) ตัวโอกย์กำหนด R มาให้

จะได้ $v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$

v_{rms} แทนอัตราเร็วรากที่สองกำลังสองเฉลี่ย

M แทนมวลโมเลกุลหรือมวลของแก๊ส 1 โมล

4) ตัวโอกย์กำหนดความหนาแน่นของแก๊ส ($\rho = \frac{m}{V}$) มาให้

จะได้ $v_{rms} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$

v_{rms} แทนอัตราเร็วรากที่สองกำลังสองเฉลี่ย

ρ แทนความหนาแน่นของแก๊ส

สรุป

$$v_{rms} = \sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3k_BT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$$

Ex$_1$ ถ้ามีโมเลกุลของแก๊สที่มีอัตราเร็ว v หนึ่งโมเลกุล $2v$ สองโมเลกุล และ $3v$ หนึ่งโมเลกุล อัตราเร็วรากที่สองของกำลังสองเฉลี่ยของโมเลกุลของแก๊สทั้งหมดมีค่าเท่าไร

Sol

$$V_{rms} = \sqrt{\bar{v}^2}$$

$$= \sqrt{\frac{\sum v_i^2}{N}}$$

$$= \sqrt{\frac{v^2 + 2(2v)^2 + (3v)^2}{1+2+1}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1+8+9)v^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{18v^2}{4}} = \sqrt{4.5v^2}$$

$$V_{rms} = 2.12\ v$$

#

Ex2 สมมติว่าสามารถทดลองวัดค่าอัตราเร็วของโมเลกุลแต่ละตัวได้ทั้งหมด 5 โมเลกุล ได้การกระจายอัตราเร็วโมเลกุลดังตารางจงหาค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของอัตราเร็ว

อัตราเร็วโมเลกุล (m/s)	3	4	5
จำนวนโมเลกุล	2	2	1

Sol

$$v_{rms} = \sqrt{\bar{v}^2}$$

$$= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} v_i^2}{N}}$$

$$= \sqrt{\frac{N_1 v_1^2 + N_2 v_2^2 + N_3 v_3^2}{N_1 + N_2 + N_3}}$$

$$= \sqrt{\frac{2(3)^2 + 2(4)^2 + 1(5)^2}{2+2+1}}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{18 + 32 + 25}{5}}$$

$$= \sqrt{15}$$

$$V_{rms} = 3.87 \text{ m/s}$$